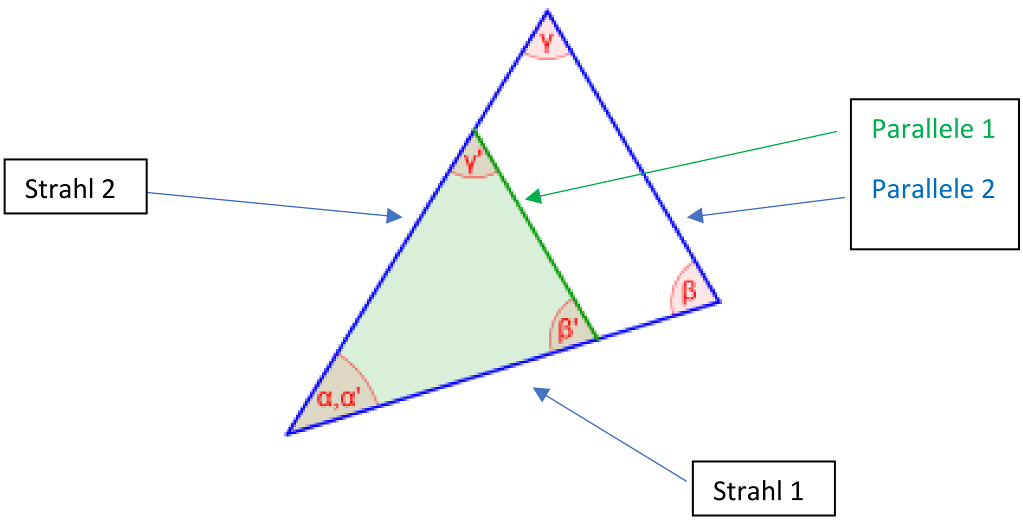
Die Strahlensätze

1. Voraussetzungen:

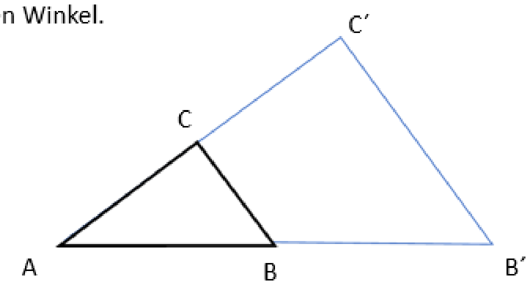
➔ Aufbauend auf die Ähnlichkeit und die zentrische Streckung lassen sich die sogenannten Strahlensätze ableiten:

➔ Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so entstehen ähnliche Dreiecke mit jeweils gleicher Gestalt und gleichen Winkel. Beispiel:



2. Die Strahlensätze

Werden zwei Strahlen von **Parallelen** geschnitten, so entstehen ähnliche Dreiecke mit jeweils gleicher Gestalt und gleichen Winkel.

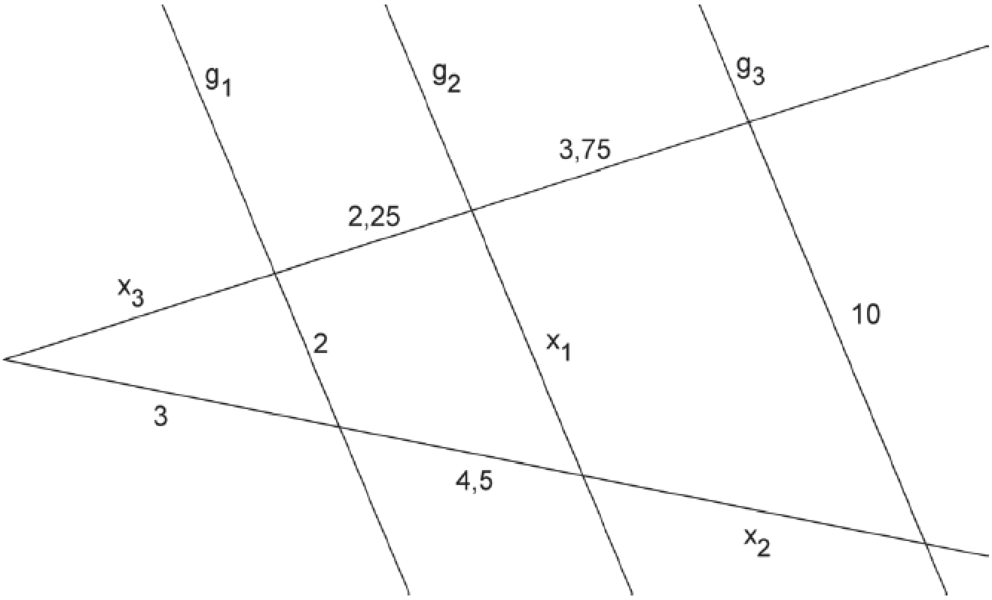


Wegen der Ähnlichkeit lassen sich verschiedene Verhältnisse von Streckenlängen ableiten.

Strahlensätze	mit Zahlen	ummathematisch
$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$	$\frac{5}{10} = \frac{4}{8}$	$\frac{kurz}{lang} = \frac{kurz}{lang}$
$\frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'}$	$\frac{5}{10} = \frac{3}{6}$	$\frac{kurz}{lang} = \frac{kurz}{lang}$
$\frac{AB}{BB'} = \frac{AC}{CC'}$	$\frac{5}{5} = \frac{4}{4}$	$\frac{vorne}{hinten} = \frac{vorne}{hinten}$

3. Aufgabe aus den Abschlussprüfungen

Berechnen Sie die Längen der Strecken x_1, x_2 und x_3 (siehe Skizze).
Es gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$



4. Lösung:

➔ Notwendiges Wissen: Strahlensatz, Strahlen werden hier durch 3 Parallelen geschnitten! Ähnlichkeit!

➔ Grundsätzlich sind hier mehrere Lösungen möglich!

➔ Berechnen von x_1 mit dem Strahlensatz

$\frac{3}{3+4,5} = \frac{2}{x1}$ → $\frac{3}{7,5} = \frac{2}{x1}$ → $3 \cdot x_1 = 7,5 \cdot 2$ → $3x_1 = 15$ → $x_1 = 5$

➔ Berechnen von x_1 mit dem Streckungsfaktor k

➔ $3 \cdot k = 7,5$ 7,5 berechnet sich aus den Teilstrecken 3+4,5

k = 2,5

$2 \cdot k = x_1$

$2 \cdot 2,5 = 5$ → $x_1 = 5$

➔ Berechnen von x_2

$\frac{3}{2} = \frac{7,5+x2}{10}$ →

$3 \cdot 10 = 2 \cdot (7,5 + x_2)$ →

$30 = 15 + 2x_2$ →

$15 = 2x_2$

$7,5 = x_2$ → auch hier wäre eine Lösung mit dem Streckungsfaktor möglich

Streckungsfaktor k vom kleinen Dreieck aufs größte Dreieck 2xk = 10 → k = 5

3x 5 = 15 → 15 – 3 – 4,5 = 7,5

$7,5 = x_2$

➔ Berechnen von x_3

$\frac{x3}{2} = \frac{(x3+2,25+3,75)}{10}$

$\frac{x3}{2} = \frac{(x3+6)}{10}$

$10 \cdot X_3 = 2 \cdot (x_3 + 6)$

$10x_3 = 2x_3 + 12$

$8x_3 = 12$

$x_3 = 1,5$

➔ Auch hier sind mehrere Lösungen möglich!

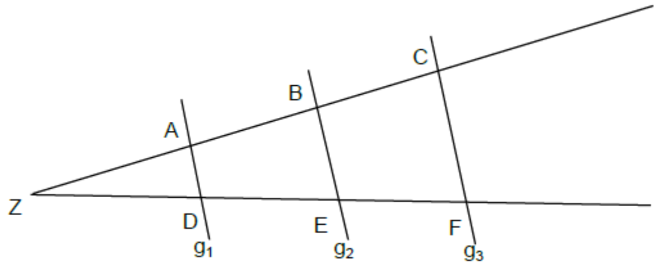
5.) Aufgaben aus den Abschlussprüfungen

Aufgabe 2014/2

In der unten stehenden Skizze gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$.
Folgende Längen sind gegeben:

$\overline{ZA} = 18$ cm; $\overline{ZD} = 24$ cm; $\overline{DE} = 20$ cm; $\overline{BE} = 22$ cm; $\overline{CF} = 30$ cm.

Berechnen Sie die Längen der Strecken [AD], [AB] und [EF].



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Aufgabe 2015/1

Für die folgende Skizze gilt: g_1, g_2 und g_3 sind zueinander parallel.
Schreiben Sie die folgenden Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt und ersetzen Sie die Platzhalter [ ] so, dass die Streckenverhältnisse richtig wiedergegeben werden.

a) $\dfrac{d+e}{h} = \dfrac{e}{[\ \ ]}$

b) $\dfrac{a}{[\ \ ]} = \dfrac{[\ \ ]}{e}$

c) $\dfrac{m}{h} = \dfrac{c}{[\ \ ]}$